

# Zur Frage des Mathematischen bei J. S. Bach

Von Paul Mies (Köln)

„Daß dagegen die Musik und die bildenden Künste Geschwister der Mathematik sind, bildet eine Hauptthese unserer Ausführungen.“  
U. Speiser<sup>1)</sup>.

„Man wird dabei an Rousseaus bitteres Wort gemahnt: ‚Es gibt keine Absurdität, für die bei der Untersuchung der schönen Künste nicht die Physik Veranlassung war.‘ Die Mathematik kann man getrost hinzufügen.“

E. Stumpf<sup>2)</sup>.

Die beiden vorangefetzten Worte scheinen stark gegensätzlichen Inhaltes. Und solche Gegensätze finden sich häufig gerade da, wo es sich um Beziehungen zwischen Musik und Mathematik handelt. Von einem solchen Beispiel beim Werke Johann Sebastian Bachs sei hier die Rede. Mizlers Nekrolog auf J. S. Bach<sup>3)</sup> enthält zum Schluß den Satz: „Unser seel. Bach ließ sich zwar nicht in tiefe theoretische Betrachtungen der Musik ein, war aber desto stärker in der Ausübung.“ Das war eine schwache Fassung Mizlers, dessen Hauptsatz war: „Die Mathematik ist das Herz und die Seele der Musik<sup>4)</sup>.“ Denn Carl Ph. E. Bach tadelt in einem Brief an Forkel diesen Satz<sup>5)</sup> und sagt: „Der seel. war, wie ich u. alle eigentl. Musici, kein Liebhaber von trockenem, mathematischem Zeuge.“ Diesen nicht zu bezweifelnden Sätzen steht die Tatsache gegenüber, daß keines Komponisten Werk zu derart mit Mathematik durchsetzten Auslegungen Anlaß gegeben hat wie das J. S. Bachs. Ich meine hier vor allem

<sup>1)</sup> Die mathematische Denkweise, Zürich 1932.

<sup>2)</sup> Beiträge zur Musik und Musikwissenschaft, I, S. 22.

<sup>3)</sup> Bach-Jahrbuch 1920.

<sup>4)</sup> Vgl. Zeitschr. f. Musikwiss., Jahrg. V, S. 473.

<sup>5)</sup> „Bach-Urkunden“, Veröffentlichungen der Neuen Bach-Ges. XVII, Heft 3.

die Untersuchungen von Werker<sup>1)</sup> und Luetge<sup>2)</sup>. Nun haben ja Werkers Feststellungen berechtigte und eindringliche Zurückweisungen und Widerlegungen gefunden<sup>3)</sup>. Darauf soll hier nicht eingegangen werden. Aber die offenbar gerade bei Bach vorhandenen Möglichkeiten, mit mathematischen Begriffen und Hilfsmitteln zu arbeiten, sollen einmal auf ihre Gründe hin untersucht werden.

E. Ph. C. Bachs Wort von dem „trockenen mathematischen Zeuge“ geht parallel mit Matthessons Behauptung<sup>4)</sup>: „Kein vernünftiger Musicus poeticus . . . wird das principium seiner Wissenschaft, den Ursprung, das Fundament und die Grundsätze seiner Kunst in der fordiden, lausichten Arithmetica suchen.“ Dieser besonders im 19. Jahrhundert so häufig erhobene Einwand, daß die „Trockenheit“ der „formelstarren“ Mathematik und die Lebendigkeit der Künste nicht auf einen Nenner zu bringen seien, geht aber von grundverkehrten Anschauungen über beide Gebiete aus. Er hängt zusammen mit der Auffassung, daß für die Mathematik die Logik allein ausschlaggebende Bedeutung habe. Dagegen schreibt Speiser<sup>5)</sup> sehr scharf: „Die Logik habe ich absichtlich beiseite gelassen. Denn es scheint mir nicht, daß sie für das mathematische Denken besonders charakteristisch ist.“ Und in diesen Zusammenhang gehört auch das Wort des Mathematikers Study<sup>6)</sup>: „Vor allen Dingen muß der Forscher Phantasie haben: Die reine Logik ist unfruchtbar, weil sie sich sofort ins Uferlose verliert.“ An anderer Stelle<sup>7)</sup> habe ich aus diesen Sätzen pädagogische Folgerungen gezogen. Hier seien die Zusammenhänge von Musik und Mathematik erläutert. Schon die häufige Koppelung mathematischer und musikalischer Begabung gibt zu denken. Speiser trennt scharf die Physik von der Mathematik, deren Rechtsgründe er im Experiment bzw. in der mathe-

1) Studien über die Symmetrie im Bau der Fugen . . . 1922; die Matthäus-Passion 1923.

2) „Bachs Motette ‚Jesu, meine Freude‘“ in Musik und Kirche 1932, Heft 3.

3) Schering im Bach-Jahrbuch 1922, Schönemann-Steglich in Zeitschr. f. Musikwiss., Jahrg. V, Heuß in Zeitschr. f. Musik 1923, Heft 7, Mies in Zeitschr. f. Musikwiss., Jahrg. VII.

4) Vgl. Zeitschr. f. Musikwiss., Jahrg. V, S. 473.

5) Die mathematische Denkweise, Zürich 1932.

6) Denken und Darstellen. 1921.

7) Deutsches Philologenblatt 1934, Heft 11.

mathematischen Einsicht sieht, und er fährt fort: „Die Wissenschaften werden aber durch ihre Rechtsgründe bestimmt, und hier gehören die mathematische und künstlerische Einsicht dem geistigen Gebiet an, dagegen das Experiment und die Überlieferung der äußeren Welt.“ Er sieht das Mathematische in der Musik in den herrschenden Beziehungen und Relationen, deren Erkenntnis er für wesentlich hält, und beschließt seine Ausführungen mit dem Satz: „Zum Schluß möchte ich noch einmal wiederholen, daß es sich bei der Auffindung der Symmetrien erst um die Entzifferung des Kunstwerks handelt. Das Entsprechende bei der Lektüre einer mathematischen Abhandlung wäre das Verständnis der Details in den Beweisen. Aber die Symmetrien sind nicht der letzte Zweck des Kunstwerks, ebensowenig wie die Theoreme und Beweise den wahren Inhalt einer mathematischen Abhandlung bilden. Sondern es ist das ganze Gebilde selber, das in zerteilter Form uns vorgelegt wird, das wir aber als Einheit erfassen müssen. Erst dadurch werden die Teile belebt. Aber niemand wird dorthin gelangen, der nicht das Einzelne genau studiert hat.“ In diesen Sätzen lehren immer wieder Worte wie „Beziehungen“, „Relationen“, „Symmetrien“ wieder. Wichtig zu bemerken ist, daß Speiser unter „Symmetrie“ nichts Besonderes versteht, sondern nur „ein Zusammenstimmen verschiedener Teile eines Ganzen“. „Symmetrie findet sich überall dort, wo sich Geistiges in der Materie manifestiert.“

Betrachtet man daraufhin die Werke Bachs, so läßt sich ohne Zweifel sagen, daß hier Beziehungen und Relationen in besonders starkem Maße und in zahlreichen Formen auffallen. Das liegt zum Teil schon daran, daß zahlreiche Sätze und Werke einthematisch sind. Dadurch bleiben die Beziehungen viel offensichtlicher, als etwa in den Durchführungspartien der späteren Sonatenform, wo zwei Themen klanglich zusammentreten, sich ineinander weben, sich so beeinflussen, daß aus ihnen neue Bildungen entstehen, deren Herkunft verwischt erscheint<sup>1)</sup>. Viele Formen der Bach-Zeit, wie die Fuge, aber auch die Konzertform, verlangen von sich aus eine Häufung solcher Beziehungen. Und selbst da, wo neue Melodien eintreten wie etwa im Mittelteil der Da-capo-Arie, bleiben vielfach der

<sup>1)</sup> P. Mies, Die Bedeutung der Skizzen Beethovens zur Erkenntnis seines Stiles.

motivische Zusammenhang und damit die Beziehungen der Teile unter sich gewahrt<sup>1)</sup>. Und bei J. S. Bach scheinen diese Beziehungen besonders stark und reizen zu einer scharfen Untersuchung. Es ist gewiß nicht Zufall, wenn Speiser sagt: „Die Aufgabe der Wissenschaft wäre es, für die einzelnen Stücke den vollen Aufbau mit allen Bindungen zu suchen. Es werden dann noch Leerstellen bleiben, die man beliebig ausfüllen kann. Aber es ist zu vermuten, daß es Kompositionen, z. B. Fugen von Bach gibt, bei denen jeder Ton durch Bindungen festgelegt ist, so daß als einziger Freiheitsgrad die Tonart bleibt.“

Das Wort ist überspitzt, die Anführung gerade der Fugen von Bach bezeichnend. Nun erhebt sich die Frage, wie solche Beziehungen und Symmetrien zu finden sind. Daß Stileigentümlichkeiten in zahlenmäßigen Anordnungen bestehen können, ist ohne weiteres sicher. Die „quadratische“ Liedform des 18. Jahrhunderts ist ein Beispiel. Meine Untersuchungen über die Beethovensche Melodieform<sup>2)</sup> haben auch da oft durch Taktzahlen bestimmten Bau ergeben. Aber Beethovens Skizzen zeigen häufig, daß diese Zahlen nicht Ausgangspunkt der Melodien, sondern Ergebnisse umfangreicher Entwicklungen sind. Daß sich auch das Umgekehrte, der Ausgang von zahlenmäßig bestimmten Taktgruppen findet, sei erwähnt. Es gibt ja auch genug Kompositionen, die einen mathematischen Ausgangspunkt haben. Ich nenne die Anweisungen G. H. Stölzels, aus einem Kanon beliebig viele andere zu entwickeln, oder Haydns Methode, aus einem Menuett mit Würfeln andere zu bilden<sup>3)</sup>. Ähnliche Dinge bei Mersenne und Kircher erwähnt Steglich<sup>4)</sup>. Aber das sind mehr oder weniger Spielereien, höchstens eine Methode, sich Eingebungen zu verschaffen; eine Art „ars inveniendi“, deren Begriff und geschichtliche Entwicklung Schering<sup>5)</sup> erörtert hat. So sieht auch Werker die Entstehung von Bachs „Wohltemperiertem Klavier“: „Nach diesem darf angenommen werden, daß der Formulierung des

1) P. Mies, Musik im Unterricht II, S. 50.

2) P. Mies, Die Bedeutung der Skizzen Beethovens zur Erkenntnis seines Stiles.

3) Die mathematische Denkweise, Zürich 1932.

4) Vgl. Zeitschr. f. Musikwiss. V, S. 473.

5) Jahrb. der Musikbibl. Peters für 1925.

Fugenthemas eine Gleichung vorangegangen ist. Diese bestimmte fast immer die Tonzahl und oft auch Rhythmik des Themas, der Modulation und Gliederung des Fugenbauplanes, sowie immer die Taktlänge der Fuge, sei es durch die Taktzahl, die Fülle der Formbeziehungen oder die Anzahl der Themeneinsätze.“ Es wäre nun tatsächlich nicht ausgeschlossen, daß ein Komponist einmal für ein Stück von einer Gleichung ausginge; und daß sogar ein bedeutungsvolles Werk entstünde. An sich aber verbürgt oder enthält dieser Ausgang gar keine musikalisch-ästhetischen Werte. Denn hier ist nicht die der Musik und Mathematik gleiche Phantasie, Denk- und Gestaltungsweise der Vermittler, sondern eine Rechenformel, die in geistigem Sinne gesehen nur eine Nebensächlichkeit ist. Bei dem Nachweis solcher Beziehungen in der Musik muß dann aber höchste Sorgfalt, Genauigkeit und Gewissenhaftigkeit herrschen. Der Untersuchende soll keine vorgefaßte Meinung haben, aus der er seine Resultate ableitet; er darf den Sachverhalt nicht dieser Meinung zuliebe umbringen. Daß Werkers Feststellungen da zahlreiche Schwächen aufzeigen, ist nachgewiesen worden.

Neben solch zahlenmäßigen Beziehungen spielen oft Anwendungen mathematischer Begriffe eine große Rolle. So macht Werker vielfach von dem Begriff der Symmetrie Gebrauch; nicht in dem oben erklärten allgemeinen Sinne Speisers als irgendeine Relation, sondern in dem der Geometrie eigenen Sinne. Ich habe eingehend die verschiedenen Anwendungen des Begriffs „Symmetrie“ in der Musik zusammengestellt, untersucht und gezeigt<sup>1)</sup>, daß keine der dem optischen Sinne angehörenden Eigenschaften sich in die Musik übertragen läßt, ohne die eigentliche Wirkung der „Symmetrie“ zu verlieren. Es geht hier ähnlich wie bei den Versuchen, Begriffe aus dem Gebiete der bildenden Kunst in die Musik zu übertragen. Nach H. Wölfflins Werk „Kunstgeschichtliche Grundbegriffe“ wurden vielfach seine aus Baukunst und Malerei genommenen Begriffe in der Musik verwandt, ohne genügend scharf festzustellen, ob und wie eine solche Übertragung von einem Gebiet in das andere gestattet ist. Wie der geometrische Begriff „Symmetrie“ mit seinen Eigenarten in der Musik unwirksam wird, so habe ich auch Bedenken,

<sup>1)</sup> Zeitschr. f. Musikwiss., Jahrg. VII, und „Der Lufttakt“, Jahrg. VII, Heft 1.

wenn Luetge<sup>1)</sup> bei den Satzteilen einer Motette J. S. Bachs von Teilung nach dem „goldenen Schnitt“ spricht; wobei er allerdings selbst immer die durch musikalische Verhältnisse bedingten Abweichungen von der streng richtigen Zahl angibt. Dabei ist schon eine Frage, ob das Verhältnis des goldenen Schnittes in den bildenden Künsten wirklich besondere ästhetische Werte hat; Zeiten und Künstler haben hierüber sehr verschieden geurteilt. Gar nicht erörtert ist aber die wichtige Frage, ob eine solche in den bildenden Künsten bei Möglichkeit des gleichzeitigen Überschauens vorhandene Wirkung bei dem Nacheinander in der Musik noch erhalten bleibt. Und schließlich, selbst wenn das zuträfe, fragt sich, ob nicht z. B. das Verhältnis von 103:60 Takten statt des mathematisch richtigeren 96:60 ein vorhandenes ästhetisches Verhalten umkehrt. Denn bei der nicht großen Taktzahl kann dieser Fehler nicht ohne weiteres als klein angesehen werden.

Überblickt man die Feststellungen dieses Aufsatzes, dann zeigt sich, daß der Gegensatz der beiden vorangestellten Worte, zugleich der Gegensatz der beiden Tatsachen aus Bachs Leben und Werk nur ein scheinbarer ist. Gewiß besteht ein Wesentliches des musikalischen Kunstwerks in vielfachen und geordneten Beziehungen seiner Einzelteile. Eine durch Phantasie und Ordnen solcher Beziehungen gekennzeichnete Denkweise eint Künstler und Mathematiker; nicht aber mathematische Formeln und Begriffe! Die Untersuchung eines musikalischen Kunstwerks muß von ihm und den ihm eigenen Begriffen ausgehen; man würde ein mathematisches Werk ja auch nicht nach musikalischen Gesetzen beurteilen. Die Fülle der Beziehungen in den Werken Bachs, die Tatsache, daß bei ihm fast jeder Ton mit anderen gebunden wirkt, so daß alles aus einem Guß, unter einem Gesetz zu stehen scheint, reizt zweifellos zur Untersuchung und Ordnung dieser Beziehungen, zur Darstellung in einem übersichtlichen Schema, unter einem festen Begriff. Aber diese Begriffe und Schemata müssen der Musik entnommen sein. Sie können manchmal recht mathematische Formen annehmen, wie etwa in der Arbeit von Werner Neumann<sup>2)</sup> mit ihren übersichtlichen Tafeln. Es ist denkbar, daß dabei

<sup>1)</sup> „Bachs Motette, ‚Jesus, meine Freude‘“ in Musik und Kirche 1932, Heft 3.

<sup>2)</sup> J. S. Bachs Chorfüge, 1938.

musikalische und mathematische Begriffe und Verhältnisse zusammenfallen. Das ist aber weder notwendig, noch in größerem Umfange wahrscheinlich.

Eine letzte zahlenmäßige Beziehung in Bachs Schaffen sei anhangsweise gestreift. Das sind die Fälle der Zahlensymbolik, die Ziebler<sup>1)</sup> nach dem Vorgange von Schering zusammenstellt. Schering selbst<sup>2)</sup> stellt fest: „daß sie uns überhaupt nicht mehr affizieren. Die Zahl als Symbolträger hat für uns jeden Reiz verloren. Für Bach ist sie so bindend gewesen wie nur irgendein göttliches Gesetz.“ Auch hier tauchen neue Probleme auf. Neben der symbolischen Bedeutung der Zahlen könnten durch die Art und Ordnungen der Beziehungen auch ästhetische Wirkungen entstehen, die vielleicht erhalten bleiben, selbst wenn die Zahl als Symbol nicht mehr bemerkt wird. Und diese Frage weitet sich auf alle von Schering und Ziebler aufgestellten Symbolgrade, ihre Möglichkeiten und Überlagerungen. So wäre eine Untersuchung von Wichtigkeit, inwiefern das Symbolhafte für das Hören eines Werkes, für seinen musikalischen Wert an sich, und schließlich für den Charakter als Kirchenmusik wesentlich bzw. unwesentlich ist. Wenn D. Söhngen<sup>3)</sup> bezweifelt, daß Bach heute noch immer für unser Gefühl „der unüberbietbare Gipfel evangelischer musica sacra ist“, so wäre dafür nach Gründen zu suchen. Wie die Zahlensymbolik unwirksam geworden ist, so werden auch zahlreiche Fälle der sogenannten technologischen und ideologischen Symbolik vom heutigen Hörer nicht mehr erfaßt. Das kann nach zwei Seiten von Bedeutung werden; es kann der Charakter als Kirchenmusik verwischt werden, da doch zweifellos das Kirchliche in engster Beziehung zum Symbolischen steht; es kann aber auch die musikalische Struktur als solche unverständlich werden, da sie ja vom Symbolischen getragen wird. Auch hier wird wieder deutlich, wie nur schärfste Untersuchung der Begriffe und ihrer Anwendungen befriedigende Lösungen sicherstellt.

1) Das Symbol in der Kirchenmusik J. S. Bachs, 1930, S. 75.

2) „Bach und das Symbol“, Bach-Jahrb. 1925, S. 56.

3) „Kirche und zeitgenössische Kirchenmusik“ in „Musik und Kirche“, Jahrg. IV, Heft 5.